Lycée Pilote Monastir

$2^{ème}$ année sciences SERIE N° 8 SUITES REELLES

EXERCICE 1

Soit $(U_n)_{n \in IN}$ une suite arithmétique de raison r.

1. Calculer $\sum_{k=0}^{17} U_k$ sachant que $U_0 = 95$ et $U_{17} = 5$.
2. Calculer U_n et $\sum_{k=3}^{n} U_k$ sachant que $U_0 = -33$, n= 33 et r = 3.
3. Calculer U_1 et U_n sachant que r = 3, n = 33 et $\sum_{k=1}^{n} U_k = 0$.

EXERCICE 2 :

Soit la suite (U_n) définie sur IN par $\begin{cases} U_0 = 6 \\ U_{n+1} = U_n + 2n + 1 \end{cases}$

On pose $V_n = U_{n+1} - U_n$

1. Quelle est la nature de la suite (V_n).
2. Calculer $\sum_{k=0}^{n-1} V_k$ en fonction de n.
3. En déduire U_n en fonction de n.

EXERCICE 3

Soit la suite (U_n) définie par : pour tout n de IN , $U_n = 2^n - 5n + 6$.

1. Calculer U_0, U_1, U_2 et U_3 .
2. Soient les suites de termes généraux V_n et W_n définies par: $\forall$ n de IN, $V_n = 2^n$ et $W_n = 5n - 6$.
   a- Montrer que (V_n) est une suite géométrique dont on précisera le premier terme et la raison q.
   b- Montrer que (w_n) est une suite arithmétique.
3. Soit $S_1 = \sum_{i=0}^{n} V_i$; $S_2 = \sum_{i=0}^{n} W_i$; $S_3 = \sum_{i=0}^{n} U_i$. Calculer S_1 et S_2 puis S_3 en fonction de n.

EXERCICE 4

Soit (U_n) la suite définie par : $\begin{cases} u_0 = 3 \\ u_{n+1} = \frac{1}{2} u_n + 2 \quad \text{pour tout } n \in IN \end{cases}$

Soit la suite (V_n) définie sur IN par, $V_n = U_n + a$.

1. Déterminer a pour que (V_n) soit une suite géométrique de raison $\frac{1}{2}$.
2. Exprimer V_n puis U_n en fonction de n.
3. Calculer $S_n = \sum_{p=1}^{n} v_p$ puis $S'_n = \sum_{p=1}^{n} u_p$.

EXERCICE 5

On considère la suite (U_n) définie par $\begin{cases} U_0 = 1 \; ; \; U_1 = 3 \\ U_{n+2} = \frac{1}{2} a^2 U_{n+1} + (a-3) U_n \quad ; a \in IR \end{cases}$

Soit la suite $(V_n)_{n \in IN}$ définie par $V_n = U_{n+1} - U_n$

I / On pose a = 2.

1. Vérifier que la suite (V_n) est constante.
2. Déduire que (U_n) est une suite arithmétique dont on précisera la raison et le premier terme.
3. Exprimer en fonction de n, U_n et $S_n = \sum_{i=0}^{n} U_i$

II/ On pose a = - 4

1. Montrer que (V_n) est une suite géométrique .
2. Exprimer (V_n) en fonction de n .
3. Calculer $S_n = \sum_{i=0}^{n} V_i$.
4. Montrer que $S_n = U_{n+1} - 1$.